<u>Efekty zewnętrzne i dobra publiczne – zadania wraz z rozwiązaniami</u>

<u>Zadanie 1</u>

Duża fabryka pompuje ścieki do pobliskiego jeziora. Jezioro jest również używane jako teren rekreacyjny przez 100 osób. Niech *X* będzie ilością ścieków (w hektolitrach) wylewanych do jeziora. Niech Y_i będzie liczbą godzin, jaką osoba *i* spędza dziennie nad jeziorem, wędkując i pływając. Niech C_i będzie kwotą w dolarach, jaką osoba ta przeznacza na konsumpcję innych dóbr. Zyski firmy zależą od ilości spuszczonych ścieków i wynoszą $1200X - 100X^2$. Wszyscy konsumenci mają takie same funkcje użyteczności (wyrażające szczęście danego osobnika w dolarach) o postaci $U(Y_i, C_i, X) = C_i + 9Y_i - Y_i^2 - XY_i$ i jednakowe dochody. Załóżmy, że nie ma żadnych kar nałożonych za wpuszczanie ścieków do jeziora.

a) Ile wynosi zysk fabryki? Ile ścieków wpuści do jeziora?
b) Ile godzin spędzi nad jeziorem każdy konsument?
c) Ile dolarów skłonni będą zapłacić maksymalnie konsumenci, by fabryka zmniejszyła emisję ścieków o jednostkę? Czy fabryka zgodzi się na to? Ile minimalnie powinna zażądać fabryka za zmniejszenie emisji o jednostkę?
d) Do jakiego poziomu konsumenci są w stanie obniżyć emisję płacąc firmie (i nie obniżając przy tym swojej użyteczności poniżej wyjściowego poziomu)? Ile wówczas będą jej płacić?
e) Ile powinna zażądać fabryka od konsumentów za ochronę środowiska i o ile powinna zmniejszyć emisję zanieczyszczeń, jeśli chce zmaksymalizować swój dochód?
f) Do jakiego poziomu konsumenci obniżą poziom emisji w celu zmaksymalizowani swojej użyteczności?

Rozwiązanie

a) Fabryka maksymalizuje swój zysk, wybierając optymalny poziom emisji ścieków. Pochodna zysku to 1200 – 200*X*, która przyrównana do zera daje *X* = 6, czyli zysk wynosi 3600.
b) Konsument maksymalizuje swoja użyteczność względem liczby godzin spędzonych nad jeziorem. Pochodna użyteczności to $9 - 2Y_i - X = 3 - 2Y_i$, co przyrównane do zera daje $Y_i = 1{,}5$.
c) Jeżeli fabryka zmniejszy emisje o jednostkę, to użyteczność konsumenta przyjmie postać $U(Y_i, C_i, 5) = C_i + 9Y_i - Y_i^2 - 5Y_i$. Konsument maksymalizując tę użyteczność ustali, że chce spędzać nad jeziorem 2 godziny dziennie (przyrównujemy pochodną do zera). Kwota, jaką maksymalnie zapłaci jeden konsument za zmniejszenie emisji ścieków o jednostkę, jest to różnica pomiędzy użytecznością po zmianie, a użytecznością przed zmianą, a więc $U(2, C_i, 5) - U(1{,}5, C_i, 6) = C_i + 9 \times 2 - 2^2 - 5 \times 2 - C_i - 9 \times 1{,}5 + 1{,}5^2 + 6 \times 1{,}5 = 1{,}75$. W sumie konsumenci zapłacą firmie maksymalnie 175. Ile wyniesie zysk firmy, gdy emisja zostanie zmniejszona do 5? $1200 \times 5 - 100 \times 5^2 + 175 = 3675 > 3600$. Firma zatem zyska 75 na takiej umowie, jest ona dla niej korzystna. Firma zgodzi się na ograniczenie emisji o jednostkę, o ile konsumenci zapłacą jej więcej niż 100.
d) Sytuacja ta ma trzy podstawowe aspekty. Po pierwsze, konsumenci maksymalizują swoją użyteczność przy danym poziomie zanieczyszczenia i danej kwocie przeznaczonej na ochronę środowiska. Po drugie, firma nie zgodzi się na obniżenie emisji, jeżeli jej zysk będzie niższy niż

3600. Trzeci aspekt jest specyficzny dla tego podpunktu: konsumenci minimalizują zanieczyszczenie, a więc przeznaczą na ochronę środowiska największa możliwą kwotę, która nie obniży ich użyteczności poniżej poziomu wyjściowego. Zajmiemy się teraz matematyczną stroną tych trzech aspektów.

Konsument maksymalizuje swoją użyteczność: $U(Y_i, C_i, X) = C_i + 9Y_i - Y_i^2 - XY_i$. Aby wybrać optymalny poziom czasu spędzonego nad wodą, przyrównujemy pochodną do zera: $\frac{\partial U}{\partial Y_i} = 9 - 2Y_i - X = 0$. Wynika z tego, że (1) $Y_i = \frac{9-X}{2}$. Otrzymaliśmy prostą formułę, która informuje nas o tym, ile czasu spędzi nad jeziorem konsument, gdy zanieczyszczenie wynosi *X*.

Zysk firmy z produkcji wynosi $1200X - 100X^2$. Obniżenie emisji ścieków zmniejsza zysk firmy. Firma żąda rekompensaty. Oznaczmy przez *k* kwotę, którą przeznacza na ochronę środowiska pojedynczy konsument. Firma otrzymuje w sumie rekompensatę w wysokości 100*k*. W zamian za to, forma obniża poziom emisji tak, aby jej całkowity zysk nadal wynosił 3600. W efekcie otrzymujemy warunek $1200X - 100X^2 + 100k = 3600$. Możemy z niego wyliczyć *k*: (2) $k = 36 - 12X + X^2$.

Trzeci aspekt jest bardziej złożony. Na początku wyliczmy ile wynosi użyteczność konsumenta w sytuacji wyjściowej: $U(1{,}5, C_i, 6) = C_i + 2{,}25$. Po obniżce emisji, użyteczność konsumenta wyniesie $U(Y_i, C_i, X) - k$, gdzie Y_i stanowi czas spędzony nad jeziorem po obniżce emisji, *X* stanowi obniżony poziom emisji, zaś *k* to koszty ochrony środowiska poniesione przez tego konsumenta. Konsumenci wybierają jak największe *k*, wówczas firma dostanie największą rekompensatę, czyli obniży emisję najbardziej. Jednakże *k* nie może rosnąć w nieskończoność. Konsumenci nie zgodzą się łożyć na ochronę środowiska tyle, że ich użyteczność spadnie poniżej jej poziomu wyjściowego. Zatem k zostanie dobrane tak, że użyteczność osiągnięta przez konsumentów będzie równa użyteczności wyjściowej. Oznacza to, że $U(1{,}5, C_i, 6) = U(Y_i, C_i, X) - k$, co po rozpisaniu daje nam (3) $C_i + 2{,}25 = C_i + 9Y_i - Y_i^2 - XY_i - k$.

Mając już formuły matematyczne wszystkich trzech istotnych aspektów, możemy przystąpić do obliczeń. Wstawiamy do równania (3) równanie (1) i (2). Otrzymujemy:

$C_i + 2{,}25 = C_i + 9\frac{9-X}{2} - \left(\frac{9-X}{2}\right)^2 - X\frac{9-X}{2} - (36 - 12X + X^2)$, co po uproszczeniach daje nam równanie kwadratowe: $-3X^2 + 30X - 72 = 0$. Równanie to ma dwa rozwiązania: 4 i 6. Interpretacja drugiego jest oczywista: użyteczności zrównują się dla *k* = 0, wówczas po obu stronach (3) mamy tę samą sytuację. Interpretacja pierwszego to zatem właśnie ten obniżony poziomem zanieczyszczeń, którego poszukujemy: *X* = 4.

Sprawdźmy teraz czy wszystko się zgadza. Zysk firmy z produkcji wyniesie $1200X - 100X^2 = 3200$. Firma zatem oczekuje rekompensaty w wysokości 400. Czy rzeczywiście taką dostanie? Konsumenci maksymalizują swoją użyteczność, zgodnie z formułą (1) spędzają teraz nad wodą 2,5 godziny dziennie. Ich użyteczność przed wyłożeniem na ochronę środowiska wynosi $U(2{,}5, C_i, 4) = C_i + 9 \times 2{,}5 - 2{,}5^2 - 2{,}5 \times 4 = C_i + 6{,}25$. Jest zatem o 4 wyższa od użyteczności wyjściowej, konsument może przeznaczyć 4 dolary na ochronę środowiska. Konsumentów jest sto, a więc razem wykładają na ochronę środowiska 400. Wszystko się zgadza.

e) Tym razem z inicjatywą wychodzi firma. Firma chce osiągnąć jak największy zysk kosztem konsumentów. Oferuje im zmniejszenie emisji zanieczyszczeń. Konsumenci będą mieli dzięki temu większą użyteczność, firma oczywiście spróbuje przechwycić całą tę nadwyżkę żądając odpowiednio wysokich opłat. Oznacza to, że w mocy pozostaje równanie (3) z poprzedniego podpunktu – firma żąda tak dużego k, że konsument pozostaje z użytecznością na poziomie wyjściowym (jeśli zażąda większego, wówczas konsument się na to nie zgodzi). Nie zapominajmy też o tym, że gdy opłata zostanie nałożona i gdy fabryka ustali poziom emisji, konsument nadal będzie wybierał optymalny dla siebie czas nad jeziorem, w mocy pozostanie zatem również równanie (1).

Wykorzystamy teraz równanie (1) i (3) by określić ile wyniesie opłata nałożone na pojedynczego konsumenta w zależności od poziomu zanieczyszczeń:
$C_i + 2{,}25 = C_i + 9Y_i - Y_i^2 - XY_i - k$, z czego wynika, że $k = 9Y_i - Y_i^2 - XY_i - 2{,}25$ i po wstawieniu (1) otrzymujemy: $k = 9\frac{9-X}{2} - \left(\frac{9-X}{2}\right)^2 - X\frac{9-X}{2} - 2{,}25$.

Całkowity dochód fabryki to $1200X - 100X^2 + 100k = 1800 + 750X - 75X^2$. Fabryka maksymalizuje ten dochód, wybierając optymalny poziom zanieczyszczeń. Po przyrównaniu pochodnej do zera okazuje się, że $X = 5$. Z rozwiązani podpunktu c) wiemy, że konsumenci będą skłonni zapłacić przy takim poziomie zanieczyszczeń maksymalnie 1,75 dolara za ochronę środowiska – całkowity zysk fabryki wyniesie więc 3675.

f) Tutaj sytuacja jest analogiczna do tej z poprzedniego punktu, tylko z inicjatywą występują konsumenci. To firma jest żyłowana przez plażowiczów, zatem w mocy pozostają równości (1) i (2). Konsumenci będą zaś maksymalizować swoją funkcję użyteczności. Ponieważ to oni teraz rozdają karty, oni wpłyną na wielkość emisji zanieczyszczeń (oczywiście nie mogą jej ustalić na takim poziomie by fabryka traciła – wynika to z równania (2)). Policzmy użyteczność konsumentów, wstawiając do niej (1) i (2): $U(Y_i, C_i, X) = C_i + 9Y_i - Y_i^2 - XY_i - k = C_i + 9\frac{9-X}{2} - \left(\frac{9-X}{2}\right)^2 - X\frac{9-X}{2} - (36 - 12X + X^2) = C_i - \frac{3}{4}X^2 + 7{,}5X - 15{,}75$.

   Liczymy pochodną i przyrównujemy do zera. Wychodzi $X = 5$. A więc również z punktu widzenia konsumentów emisja na poziomie 5 jest optymalna. Tym razem jednak dochód firmy będzie wynosił 3600, zaś nadwyżka pozostanie w kieszeniach konsumentów. Ich użyteczność wyniesie $U(2, C_i, 5) - 1 = C_i + 3$ i będzie o 0,75 wyższa niż w sytuacji wyjściowej.

Zadanie 2

Witek, Zbyszek i Kazik zawitali do domu wypoczynkowego „Iskra”. W domu wypoczynkowym „Iskra” są dwie możliwości spędzania wolnego czasu. Można albo poddać się masażowi stóp, który kosztuje 5 zł za godzinę, albo oglądać telewizję – używanie telewizora kosztuje 18 zł za godzinę. Panowie zdecydowali, że aby zaoszczędzić, telewizję będą zawsze oglądali wspólnie i dzielili się opłatą po równo – stanowi ona zatem dobro publiczne. Funkcja użyteczności Witka ma postać $U_1(X_1, G) = 2lnX_1 + 3lnG$ (zatem nieco bardziej lubi on TV od masażu stóp), a jego majątek wynosi 200 zł. Funkcja użyteczności Zbyszka ma postać $U_2(X_2, G) = 3lnX_2 + 2lnG$ (zatem nieco bardziej lubi on masaż od TV), a jego majątek wynosi 300 zł. Funkcja użyteczności Kazika to $U_3(X_3, G) = 4lnX_3 + lnG$ (jest on zdecydowanym zwolennikiem masażu) a jego majątek wynosi 340 zł. *G* oznacza liczbę godzin działania telewizora, zaś *X* to liczba godzin masażu dla odpowiedniego osobnika.

a) Ile czasu panowie spędzą wspólnie przed telewizorem? Ile każdy z panów spędzi godzin na masażu stóp?
b) Gdyby panowie się nie dogadali i każdy z panów oglądałby osobno telewizję płacąc 18 zł za godzinę, to ile czasu spędzaliby na poszczególnych czynnościach?

c) Gdyby każdy z panów mógł oglądać telewizję niezależnie i płacić za nią tylko 6 zł, to jaki poziom konsumpcji zostałby przez nich wybrany?
d) Uszereguj powyższe sytuacje od tej, w której dobrobyt jest największy do tej, w której dobrobyt jest najmniejszy. Czy idea dobra publicznego sprawdza się?

Teoria

Na początek krótkie przypomnienie. Konsument wybiera koszyk, w którym krańcowa stopa substytucji jest równa relacji cen. Gdyby wybrał koszyk dóbr nie spełniający tego warunku, oznaczałoby to, że sprzedając stosunkowo droższe dobro mógłby zwiększyć swoją użyteczność. Warunek ten zapisujemy jako:

$$\frac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} = \frac{p_X}{p_Y}$$

gdzie *U* to funkcja użyteczności, *X* i *Y* to dwa dobra, zaś *p* to cena odpowiedniego dobra. Lewa strona to krańcowa stopa substytucji (albo jej wartość bezwzględna, zależ od tego jaką definicją się posługujemy), zaś prawa to stosunek cen. Powyższy warunek to warunek na optymalność wybranego koszyka przy zadanej relacji cen; do znalezienia kombinacji X i Y, którą wybierze konsument potrzebujemy jeszcze warunku na optymalność koszyka przy ograniczeniu budżetowym, które głosi, że $M = p_X X + p_Y Y$, czyli że cały majątek *M* został wydany na dobra.

W przypadku dóbr publicznych sprawa się nieco komplikuje. Tutaj posługujemy się sumą użyteczności konsumentów, jako miara dobrobytu. Wyobraźmy sobie, że startujemy od zera i powoli zwiększamy ilość dobra publicznego. Użyteczność konsumentów rośnie, póki krańcowa użyteczność jest wyższa od krańcowego kosztu. Krańcową użyteczność i krańcowy koszt możemy mierzyć w jednostkach drugiego analizowanego dobra. I tak, z przykładu z zadania: krańcowy koszt czasu w TV, czyli koszt jaki poniesiemy zwiększając czas spędzony przed telewizorem o jednostkę, to 18/5 = 3,6 godzin spędzonych na masażu stóp. Aby zwiększyć ilość TV o godzinę, trzej panowie muszą w sumie zrezygnować z 3,6 godzin masażu. Tyle jeśli chodzi o koszt krańcowy. Teraz użyteczność krańcowa. Tę też można wyrazić w godzinach spędzonych przed TV. Ile wynosi wzrost użyteczności Kazika wynikający ze zwiększenia o godzinę czasu spędzonego przezeń przed telewizorem (tzn. użyteczność krańcowa względem TV)? Wartość tę oznaczamy jako $\partial U_3/\partial X_3$. Z kolei ile wyniesie wzrost użyteczności Kazika wynikający ze zwiększenia o godzinę czasu spędzonego przezeń na masażu stóp (użyteczność krańcowa względem masażu)? Wartość tę oznaczamy jako $\partial U_3/\partial G$. Jeżeli zwiększenie czasu TV o jednostkę zwiększa szczęście delikwenta o $\partial U_3/\partial G$, a zwiększenie czasu masażu o jednostkę zwiększa szczęście delikwenta o $\partial U_3/\partial X_3$, oznacza to, że wzrost czasu TV o jednostkę jest równoznaczny ze wzrostem czasu masażu o $\frac{\partial U_3/\partial G}{\partial U_3/\partial X_3}$. Ułamek ten mówi nam jak on sobie wycenia jednostkę dobra G w jednostkach *X*, lub inaczej z ilu jednostek *X* byłby w stanie zrezygnować za jednostkę *G* (krańcowa stopa substytucji!). Wynika z tego, że krańcowa użyteczność z konsumpcji dobra *G* (TV) wyrażona w sztukach dobra *X* (masaż), to nic innego jak krańcowa stopa substytucji między *G* a *X*.

Interesuje nas koszt krańcowy poniesiony w sumie przez wszystkich obywateli (czyli cena dobra publicznego) i krańcowa użyteczność wszystkich obywateli wynikające ze zwiększenia oglądalności TV o jedną godzinę. Te dwie wartości muszą się równać. Powyżej obliczyliśmy ile krańcowa użyteczność wynosi dla Kazika, teraz musimy zrobić to samo dla pozostałych członków społeczeństwa i zsumować wyniki – wyjdzie nam krańcowy wzrost całkowitej użyteczności (tzn. z ilu godzin masażu są w stanie zrezygnować w sumie panowie za jedną godzinę oglądania TV więcej). Zatem formuła optymalności wyboru przy zadanych relacjach cen dla dobra publicznego będzie wyglądała tak: $\sum_i \frac{\partial U_i/\partial G}{\partial U_i/\partial X_i} = \frac{p_G}{p_X}$. Po lewej stronie mamy krańcową użyteczność z TV wyrażoną w godzinach masażu, po prawej mamy krańcowy koszt TV wyrażony w jednostkach masażu.

Powyższy warunek jest jedynie warunkiem optymalności przy zadanej relacji cen. Aby rozwikłać jakiego wyboru dokonają konsumenci, należy posłużyć się jeszcze warunkami optymalności przy zadanym ograniczeniu budżetowym dla każdego konsumentów. W poniższym rozwiązaniu znajduje się ilustracja tego toku rozumowania.

Rozwiązanie

a) Zaczniemy od warunku na optymalność przy zadanej relacji cen. Najpierw policzymy wszystkie niezbędne pochodne:
$$\frac{\partial U_1}{\partial X_1} = \frac{2}{X_1}; \frac{\partial U_1}{\partial G} = \frac{3}{G}; \frac{\partial U_2}{\partial X_2} = \frac{3}{X_2}; \frac{\partial U_2}{\partial G} = \frac{2}{G}; \frac{\partial U_3}{\partial X_3} = \frac{4}{X_1}; \frac{\partial U_3}{\partial G} = \frac{1}{G}$$
Teraz możemy przystąpić do wyliczania użyteczności krańcowej płynącej ze zwiększenia czasu przeznaczonego na TV o jednostkę:
$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial U_i/\partial G}{\partial U_i/\partial X_i} = \frac{3/G}{2/X_1} + \frac{2/G}{3/X_2} + \frac{1/G}{4/X_3} = \frac{\frac{3}{2}X_1 + \frac{2}{3}X_2 + \frac{1}{4}X_3}{G} = \frac{p_G}{p_X}$$
Po przekształceniach otrzymujemy:
$$\frac{3}{2}X_1 + \frac{2}{3}X_2 + \frac{1}{4}X_3 = \frac{p_G}{p_X}G$$
I to jest właśnie nasz poszukiwany warunek, który wiąże poziom konsumpcji wszystkich dóbr. Teraz warto zająć się tym, co wynika z ograniczeń budżetowych naszych trzech panów. Otóż:
$$M_1 = p_X X_1 + \frac{p_G}{3}G; M_2 = p_X X_2 + \frac{p_G}{3}G; M_3 = p_X X_3 + \frac{p_G}{3}G$$
Gdzie *M* to wielkość majątku odpowiedniego pana. Przekształcając otrzymujemy:
$$X_1 = (M_1 - \frac{p_G}{3}G)/p_X; X_2 = (M_2 - \frac{p_G}{3}G)/p_X; X_3 = (M_3 - \frac{p_G}{3}G)/p_X$$
Możemy to wstawić to do poprzedniego równania:
$$\frac{3}{2}(M_1 - \frac{p_G}{3}G)/p_X + \frac{2}{3}(M_2 - \frac{p_G}{3}G)/p_X + \frac{1}{4}(M_3 - \frac{p_G}{3}G)/p_X = \frac{p_G}{p_X}G$$
Po przekształceniach upraszczamy to do:
$$G = \frac{\frac{3}{2}M_1 + \frac{2}{3}M_2 + \frac{1}{4}M_3}{p_G 65/36}$$
Możemy wstawić znane nam z treści zadania liczby. Otrzymujemy *G* = 18. Wiemy zatem, że panowie spędzą wspólnie przed telewizorem 18 godzin. Aby dowiedzieć się ile czasu każdy z nich przeznaczy na masaż, wystarczy skorzystać z ograniczenia budżetowego: $X_1 = (M_1 - \frac{p_G}{3}G)/p_X = (200 - 6 \times 18)/5 = 18{,}4$. Witek przeznaczy na masaż 18 godzin i 24 minuty. Analogicznie możemy wyliczyć tę wartość dla pozostałych: $X_2 = 38{,}4$ i $X_3 = 46{,}4$.

b) Teraz musi dokonać trzech osobnych optymalizacji. Dla Witka wygląda to tak:
$$\frac{\partial U_1/G}{\partial U_1/X_1} = \frac{3/G}{2/X_1} = \frac{3}{2}\frac{X_1}{G} = \frac{p_G}{p_X}$$

Z czego, po wstawieniu ograniczenia budżetowego, otrzymujemy:

$$\frac{3}{2}(M_1 - p_G G)/p_X = \frac{p_G}{p_X} G$$

Możemy do powyższej równości wstawić znane parametry i wyliczyć wartość *G*. Wychodzi, że *G* = 6,67. Analogicznie postępujemy dla pozostałych dwóch panów. Dla Zbyszka także *G* = 6,67. Natomiast dla Kazika G = 3,78. Czas poświęcony na masaż stóp wynosi dla nich odpowiednio 16, 36 oraz 54,4.

c) Teraz musimy wykonać identyczną operację jak w podpunkcie b) z ta różnicą, że cena będzie trzykrotnie mniejsza. Otrzymamy następujące rezultaty: Witek spędzi przed TV 20h, na masażu zaś 16h. Dla Zbyszka liczby te wyniosą 20h i 36h, zaś dla Kazika 11,33h i 54,4h. Łatwo zauważyć, że znacząca różnica w opłacie za telewizję zmienia jedynie konsumpcję tego właśnie dobra, nie ma wpływu na zapotrzebowanie na masaż stóp. Uwaga! Nie musi tak być zawsze. Taką sytuację spotkamy tylko dla pewnych specyficznych funkcji użyteczności.

d) W poniższej tabelce znajdują się użyteczności osiągane przez każdego z konsumentów w każdej z powyższych sytuacji, oraz ich sumy. Zostały one wyliczone poprzez wstawienie do wzoru na użyteczność odpowiednich wartości konsumpcji dobra *X* i dobra *G*.

Sytuacja	Witek	Zbyszek	Kazik	Suma
a)	14,496	16,725	18,240	49,461
b)	11,236	14,545	17,315	43,096
c)	14,532	16,742	18,413	49,687

Wniosek: największy dobrobyt miałby miejsce, gdyby koledzy mogli płacić po 6 zł za telewizję, ale nie musieli oglądać jej razem. Są wówczas w pełni wolni i mogą niezależnie maksymalizować swoja użyteczność. Niestety telewizja nie jest taka tania, zatem panowie muszą się na nią złożyć, lub płacić 18 zł oglądając osobno. W tym drugim przypadku ich użyteczność jest ewidentnie mniejsza niż w drugim. Ponadto, traktując telewizję jak dobro publiczne, osiągają oni użyteczność zbliżoną do tej, którą osiągnęliby w sytuacji c). Potraktowanie telewizji jak dobro publiczne jest zatem opłacalne, zarówno z punktu widzenia całości jak i dla każdego z osobna.

Warto jeszcze zauważyć, że najmniejszą użyteczność, niezależnie od sytuacji ma Witek, większą ma Zbyszek, a największą Kazik. Wynika to oczywiście z wielkości ich majątków, a także z tego, jak bardzo lubią oni masaż stóp, który przecież jest tańszy!