Strategie konkurencji w oligopolu: modele Bertranda, Stackelberga i lidera cenowego. Wojna cenowa. Kartele i inne zachowania strategiczne – zadania wraz z rozwiązaniami

Zadanie 1

Na rynku działają dwie firmy. Koszty krańcowe są stałe i wynoszą 10. Odwrócona funkcja popytu ma postać $P(Q) = 100 - Q$. Oblicz jaka jest cena towarów, ile produkuje każda z firm i ile wynoszą jej zyski, jeżeli rynek działa na zasadzie:

a) modelu Bertranda,
b) modelu Cournot,
c) kartelu,
d) modelu Stackelberga.

Uszereguj dla obydwu firm powyższe sytuacje od najkorzystniejszej do najgorszej. Uszereguj powyższe sytuacje z punktu widzenia konsumentów.

Rozwiązanie

Model Bertranda polega na konkurencji cenowej. Ta firma, która oferuje produkt po niższej cenie przechwytuje całe zapotrzebowanie. Każda firma będzie się zatem starała sprzedawać po niższej cenie niż ta druga. Firmy będą obniżały cenę aż do momentu, kiedy dalsze obniżanie spowoduje straty, czyli do poziomu kosztu przeciętnego. Oznacza to, że cena zostanie ustalona na poziomie $p = 10$. Produkcja w sumie wyniesie $Q = 100 - p = 90$. Nie wiadomo jak te dwie firmy podzielą się tym tortem – mogą produkować po połowie, jedna z nich może mieć przewagę. Zyski obu firm wynoszą zero – cena jest bowiem równa kosztowi.

W *modelu Cournot* każde z przedsiębiorstw ustala wielkość produkcji, która gwarantuje mu największy zysk. Zysk pierwszego przedsiębiorstwa to:

$$\Pi_1(q_1) = pq_1 - 10q_1 = (100 - q_1 - q_2)q_1 - 10q_1$$

Zysk drugiego przedsiębiorstwa to:

$$\Pi_2(q_2) = pq_2 - 10q_2 = (100 - q_1 - q_2)q_2 - 10q_2$$

Przedsiębiorstwa maksymalizują swój zysk, należy zatem policzyć pochodną zysku w obu przypadkach i przyrównać ją do zera. Otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} 90 - 2q_1 - q_2 = 0 \\ 90 - 2q_2 - q_1 = 0 \end{cases}$$

Warto zauważyć, że oba te równania są symetryczne. Wynika to z faktu, że firmy są identyczne – ponoszą takie same koszty. Można by zatem wnioskować że ich poziom produkcji będzie taki sam. Rzeczywiście, rozwiązaniem tego układu jest poziom produkcji $q_1 = q_2 = 30$.

Produkcja w sumie wynosi $Q = q_1 + q_2 = 30 + 30 = 60$, zatem cena wyniesie $p = P(Q) = 100 - 60 = 40$. Zysk każdej z firm wyniesie $\Pi_i = q_i p - 10q_i = 30 \times 40 - 10 \times 30 = 900$.

W przypadku *kartelu* (zmowy monopolistycznej) firmy dogadują się, jaki poziom produkcji gwarantuje im największe zyski. Nie konkurują ze sobą. Działają wspólnie jak monopolista ustalając najpierw poziom produkcji a następnie dzieląc tort. Można zatem na początku założyć, że na rynku działa jedna firma, której zysk jest następujący:

$$\Pi(Q) = PQ - 10Q = (100 - Q)Q - 10Q$$

Maksymalizując ten zysk (tzn. szukając miejsca zerowego pochodnej) otrzymujemy równanie:

$$100 - 2Q - 10 = 0 \Rightarrow 2Q = 90 \Rightarrow Q = 45 \Rightarrow p = 100 - 45 = 55$$

Znamy już zatem poziom ceny oraz poziom całkowitej produkcji kartelu. Teraz firmy muszą jakoś zdecydować jaki udział w produkcji będzie miała każda z nich. Ponieważ firmy są takie same (homogeniczne), można przyjąć, że mają taki sam udział w produkcji, czyli obie produkują po 22,5 sztuki towaru. Zysk każdego przedsiębiorstw wyniesie $\Pi = PQ/2 - 10Q/2 = 55 \times 22{,}5 - 10 \times 22{,}5 = 1012{,}5$.

Ostatnią sytuacją jest *model Stackelberga*. W tej sytuacji pierwsza firma podejmuje decyzję o wielkości produkcji, zaś druga firma musi zadowolić się tym, co pozostanie na rynku. Pierwsza firma jest liderem, druga jest naśladowcą. Pierwsza firma wie, że druga będzie się do niej dopasowywać. Właściciele pierwszej firmy na początku zastanawiają się, co zrobi druga firma, gdy już zaobserwuje ile towaru na rynek wypuści pierwsza. Zysk drugiej firmy to:

$$\Pi_2(q_2) = pq_2 - 10q_2 = (100 - q_1 - q_2)q_2 - 10q_2$$

Druga firma maksymalizuje swój zysk. Liczymy zatem jego pochodną i przyrównujemy ją do zera:

$$100 - q_1 - 2q_2 - 10 = 0$$

Stąd właściciele pierwszej firmy mogą wyliczyć jaka będzie reakcja drugiej firmy na podjętą przez nich decyzję o produkcji. Jeżeli pierwsza firma zdecyduje się produkować q_1, wówczas druga firma zdecyduje się produkować:

$$q_2 = 45 - q_1/2$$

Teraz już właściciele pierwszej firmy wiedzą dokładnie jaki poziom produkcji będzie miała druga firma w zależności od tego, ile sami zdeklarują. Mogą zatem przystąpić do maksymalizacji własnego zysku:

$$\Pi_1(q_1) = pq_1 - 10q_1 = (100 - q_1 - q_2)q_1 - 10q_1 = \left(100 - q_1 - 45 + \frac{q_1}{2}\right)q_1 - 10q_1$$

Liczmy pochodną i przyrównujemy ja do zera:

$$100 - 2q_1 - 45 + q_1 - 10 = 0 \Rightarrow q_1 = 45$$

I w ten sposób otrzymują, jaką powinni ustalić wielkość produkcji. Teraz druga firma reaguje na tę wielkość produkcji i dobiera swoją: $q_2 = 45 - q_1/2 = 45 - 22{,}5 = 22{,}5$. W sumie produkcja wynosi zatem Q = 67,5. Cena ustali się na poziomie p = 100 – Q = 32,5. Pierwsza firma (lider) osiąga zysk w wysokości $\Pi_1 = 32{,}5 \times 45 - 10 \times 45 = 1012{,}5$. Druga natomiast $\Pi_2 = 32{,}5 \times 22{,}5 - 10 \times 22{,}5 = 506{,}25$.

Poniższa tabelka zestawia zyski obu firm w poszczególnych modelach rynku. Nietrudno za jej pomocą wywnioskować, że dla pierwszej firmy kartel jest tak samo dobrym rozwiązaniem jak model Stackelberga. Gorszy jest model Cournot, a najgorszy Bertranda. Z kolei dla drugiej firmy kartel jest najlepszy, model Cournot drugi, za nim model Stackelberga, a na końcu konkurencja Bertranda:

	Firma pierwsza	Firma druga
Model Bertranda	0	0
Model Cournot	900	900
Kartel	1012,5	1012,5
Model Stackelberga	1012,5	506,25

W modelu Bertranda produkuje się najwięcej (90) po najniższej cenie (10). Będzie to zatem sytuacja najkorzystniejsza dla konsumentów. W duopolu Cournot cena wynosi 40, zaś produkcja 60, co czyni go gorszym od modelu Stackelberga, w którym produkcja wynosi 67,5 zaś cena tylko 32,5. Najgorsza jest zmowa monopolistyczna. Tutaj cena wynosi 55 a produkcja tylko 45.

<u>Zadanie 2</u>

Na rynku działają cztery firmy. Pierwsza z nich ma koszt całkowite postaci $TC_1(q_1) = q_1^2$. Pozostałe trzy firmy mają koszty całkowite postaci $TC_i(q_i) = 2q_i^2$. Odwrócona funkcja popytu ma postać $P(Q) = 70 - Q$. Oblicz wielkość produkcji każdej z firm, ich zyski oraz cenę na rynku, jeżeli mamy do czynienia z:

a) oligopolem Bertranda,
b) oligopolem Cournot,
c) przywództwem cenowym (czy taka sytuacja może mieć miejsce w długim okresie?).

Uporządkuj te sytuacje ze względu a dobro konsumenta.

Rozwiązanie

Uwaga! W tym zadaniu pojawiły się błędy – zarówno w poprzedniej wersji niniejszych rozwiązań, jak i na zajęciach. Poniżej znajduje się poprawione rozwiązanie (błędy dotyczyły oligopolu Cournot).

Zaczynamy od *modelu Bertranda*. Tak jak poprzednio – przedsiębiorstwa będą obniżać cenę do momentu, w którym ich zyski wyniosą zero. To znaczy do momentów w którym utarg (równy cenie przemnożonej przez produkowaną ilość) zrówna się z kosztem. Ponieważ dla każdego przedsiębiorstwa musi zachodzi równość *TR* = *TC*, zatem otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_1 = q_1^2 \\ (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_2 = 2q_2^2 \\ (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_3 = 2q_3^2 \\ (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_4 = 2q_4^2 \end{cases}$$

Co przekształcamy dzieląc każde równanie i otrzymujemy coś prostszego:

$$\begin{cases} 70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4 = q_1 \\ 70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4 = 2q_2 \\ 70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4 = 2q_3 \\ 70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4 = 2q_4 \end{cases}$$

Teraz wystarczy tylko zauważyć, że firmy druga, trzecia i czwarta są takie same i ich produkcja wyniesie tyle samo, tzn. $q_2 = q_3 = q_4$. A co za tym idzie powyższy skomplikowany układ równań przyjmuje postać:

$$\begin{cases} 70 = 2q_1 + 3q_i \\ 70 = q_1 + 5q_i \end{cases}$$

Rozwiązanie go nie nastręcza trudności. Otrzymujemy $q_i = 10$ oraz $q_1 = 20$. Pierwsza firma będzie produkować 20, pozostałe trzy zaś po 10. Całkowita produkcja wyniesie 50, cena ukształtuje się zatem na poziomie 20. Wiemy już że zyski firm wyniosą zero. Można to sprawdzić mnożąc cenę przez produkcję i odejmując koszty (np. dla pierwszej firmy jest to $\Pi_1 = 20 \times 20 - 20^2 = 0$).

W *oligopolu Cournot*, każda firma podejmuje konkurencyjną decyzję o produkowanej ilości towarów. Każda firma maksymalizuje swój dochód widząc, jaki poziom produkcji ustalą pozostałe firmy. Dla pierwszej firmy zysk jest następujący:

$$\Pi_1(q_1) = (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_1 - q_1^2$$

A dla pozostałych:

$$\Pi_2(q_2) = (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_2 - 2q_2^2$$

$$\Pi_3(q_3) = (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_3 - 2q_3^2$$

$$\Pi_4(q_4) = (70 - q_1 - q_2 - q_3 - q_4)q_4 - 2q_4^2$$

Maksymalizujemy wszystkie cztery wartości ze względu na wielkość produkcji i otrzymujemy następujący układ równań:

$$\begin{cases} 70 - 4q_1 - q_2 - q_3 - q_4 = 0 \\ 70 - q_1 - 6q_2 - q_3 - q_4 = 0 \\ 70 - q_1 - q_2 - 6q_3 - q_4 = 0 \\ 70 - q_1 - q_2 - q_3 - 6q_4 = 0 \end{cases}$$

Tak jak poprzednio, zauważamy, że trzy z rozpatrywanych firm są identyczne. Otrzymujemy:

$$\begin{cases} 70 = 4q_1 + 3q_i \\ 70 = q_1 + 8q_i \end{cases}$$

Rozwiązując ten układ równań otrzymujemy wielkość produkcji $q_1 = 12{,}08$ oraz $q_2 = q_3 = q_4 = 7{,}24$. Całkowita wartość podaży wynosi Q = 33,8. Cena jest zatem równa p = 36,2. Zysk pierwszego z przedsiębiorstw, to $\Pi_1 = 36{,}2 \times 12{,}08 - 12{,}08^2 = 291{,}37$, natomiast zysk każdego z pozostałych przedsiębiorstw to $\Pi_i = 36{,}2 \times 7{,}24 - 7{,}24^2 = 209{,}67$.

W *modelu z liderem cenowym* tylko przedsiębiorstwo wiodące technologicznie (w naszym przypadku przedsiębiorstwo pierwsze) ma wpływ na cenę, pozostałe zaś przedsiębiorstwa są cenobiorcami. Oznacza to, że każde z nich dopasowuje wielkość produkcji do obowiązującej na rynku ceny p tak, żeby zmaksymalizować swój zysk:

$$\Pi_i(q_i) = pq_i - 2q_i^2$$

Wynika z tego, że

$$p = 4q_i \Rightarrow q_i = p/4$$

Każde z trzech mniejszych przedsiębiorstw ma taką właśnie krzywą podaży: $S_i(p) = p/4$. Oznacza to, że sumaryczna krzywa podaży wszystkich cenobiorców to $S(p) = 3p/4$. Musi wziąć to pod uwagę lider, ustalając swój poziom produkcji oraz (co za tym idzie) cenę. Zapotrzebowanie na towary przy danej cenie p obrazuje funkcja popytu $Q = D(p) = 70 - p$. Wiemy, już ile z tego będą chcieli zaspokoić cenobiorcy. Zapotrzebowanie na towary lidera wyniesie $q_1 = D_1(p) = D(p) - S(p) = 70 - 7p/4$. Z tego wynika, że $p = 40 - 4q_1/7$.

Zysk lidera to:

$$\Pi_1(q_1) = pq_1 - q_1^2 = \left(40 - \frac{4q_1}{7}\right)q_1 - q_1^2$$

Który maksymalizujemy. Przyrównanie pochodnej do zera daje:

$$40 - \frac{22q_1}{7} = 0$$

Wynika z tego, że przedsiębiorstwo pierwsze ustali produkcję na poziomie $q_1 = 12{,}73$. Zgodnie z tym, cena wyniesie $p = 40 - 4 \times \frac{12{,}73}{7} = 32{,}73$. Każde z trzech pozostałych przedsiębiorstw wyprodukuje $q_i = \frac{32{,}73}{4} = 8{,}18$. Da to sumaryczna produkcję $Q = 37{,}27$. Zysk pierwszego z przedsiębiorstw wyniesie 254,60, zaś zysk każdego z pozostałych trzech wyniesie 133,91.

Poniższa tabelka zestawia wszystkie trzy sytuacje:

	Cena	Zysk		Produkowana ilość		Ilość w sumie
		Firma I	Pozostałe	Firma I	Pozostałe	
Model Bertranda	20	0	0	20	10	50
Model Cournot	36,2	291,37	209,67	12,08	7,24	33,8
Lider cenowy	32,73	254,60	133,91	12,73	8,18	37,27

Konsumentowi najbardziej podoba się model Bertranda, gdyż wówczas ceny są najniższe a na rynku jest najwięcej produktów. Drugi w kolejności jest model lidera cenowego, na najgorszy zaś (choć najkorzystniejszy dla firm) jest model Cournot.

Łatwo zauważyć, że z powyższej tabelki wynika iż nie warto być liderem cenowym, gdy na rynku jest niewielu producentów (ściśle: czterech; wynika to z faktu, że konsumenci najpierw zaopatrują się u konkurencji a dopiero potem idą do lidera). Być może sytuacja jest inna, gdy na rynku producentów jest bardzo dużo a przewaga lidera jest większa? Kwestie tę pozostawiam do samodzielnego zbadania jako ćwiczenie. Inna zagadka: jak wyglądałaby sytuacja, gdyby lider cenowy miał taką samą funkcję kosztów, jak pozostałe firmy?

<u>Zadanie 3</u>

Krzywą popytu na rynku duopolu opisuje równanie $Q = 500 - 10p$. Koszty krańcowe obu firm przedstawiają następujące równania: $MC_1(q_1) = 0{,}2q_1 + 2$, $MC_2(q_2) = 0{,}05q_2 + 2$. Wyznacz cenę produktu, wielkość produkcji i zysku obydwu firm w przypadku, gdy:

a) na rynku zostanie osiągnięta równowaga Cournot.
b) firmy decydują się zawiązać kartel i wspólnie dążyć do maksymalizacji zysku. Czy zmowa między firmami jest możliwa, jeżeli każda firma oczekuje z tego tytułu wzrostu swojego zysku o 5%?

Rozwiązanie

Zanim przystąpimy do rozwiązywania, trzeba określić ile wynoszą koszty całkowite. Będzie to bowiem potrzebne do wyliczenia zysku (zysk = utarg całkowity – koszty całkowite). Mamy dane tylko koszty krańcowe. Wiemy, że koszty krańcowe to pochodna kosztów całkowitych, zatem koszty całkowite to całka z kosztów krańcowych. Pozostaje pytanie: co zrobić ze stałą całkową? Dla uproszczenia możemy ja pominąć – załóżmy, że firmy nie ponoszą kosztów stałych lub że treść zadania dotyczy krótkiego okresu. Wówczas stała całkowa wyniesie zero. Koszty całkowite kształtują się zatem następująco: $TC_1(q_1) = 0{,}1q_1^2 + 2q_1$ oraz $TC_2(q_2) = \frac{1}{40}q_2^2 + 2q_2$.

Dla ułatwienia obliczeń, przekształcimy sobie jeszcze funkcję popytu na odwróconą funkcję popytu:

$$Q = 500 - 10p \Rightarrow p = 50 - Q/10$$

Na początek rozpatrzymy sytuację oligopolu Cournot. Jak zwykle maksymalizujemy zysk obu firm, przyrównując pochodną do zera. Dla pierwszej firmy:

$$\Pi_1(q_1) = pq_1 - TC_1(q_1) = \left(50 - \frac{q_1 + q_2}{10}\right) q_1 - 0{,}1q_1^2 - 2q_1$$

I dla drugiej:

$$\Pi_2(q_2) = pq_2 - TC_2(q_2) = \left(50 - \frac{q_1 + q_2}{10}\right) q_2 - \frac{1}{40}q_2^2 - 2q_2$$

Z czego otrzymujemy układ równań (patrz wcześniejsze zadania):

$$\begin{cases} 0{,}4q_1 + 0{,}1q_2 = 48 \\ 0{,}1q_1 + 0{,}25q_2 = 48 \end{cases}$$

Który po rozwiązaniu daje $q_1 = 80$ oraz $q_2 = 160$. Podstawiając do odwróconej funkcji popytu otrzymujemy cenę *p* = 26. Następnie możemy wyliczyć zysk obu firm. Pierwsza firma ma zysk $\Pi_1 = 26 \times 80 - 0{,}1 \times 80^2 - 2 \times 80 = 1280$. Druga natomiast ma zysk $\Pi_2 = 26 \times 160 - 160^2/40 - 2 \times 160 = 3200$.

Teraz zajmiemy się przypadkiem zmowy monopolistycznej. Połączymy firmy w jedną całość – kartel. Zbudujemy funkcję zysku dla całego kartelu, a następnie znajdziemy jej maksimum. Funkcja zysku całego kartelu to:

$$\Pi(q_1, q_2) = pQ - TC_1(q_1) - TC_2(q_2) = \left(50 - \frac{q_1 + q_2}{10}\right)(q_1 + q_2) - 0{,}1q_1^2 - 2q_1 - \frac{1}{40}q_2^2 - 2q_2$$

Teraz wyliczymy jej pochodne cząstkowe ze względu na obie wielkość produkcji i przyrównamy je do zera.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 48 - 0{,}4q_1 - 0{,}2q_2 = 0 \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 48 - 0{,}2q_1 - 0{,}25q_2 = 0 \end{cases}$$

Rozwiązując powyższy układ równań otrzymujemy następujące wartość: $q_1 = 40$ oraz $q_2 = 160.$ Łączna produkcja kartelu wynosi Q = 200. Wynika z tego, że cena p = 30. Liczymy jeszcze zysk wypracowany przez każde przedsiębiorstwo z osoba. Pierwsze z nich osiąga zysk 960, drugie zaś 3840.

Czy w związku z tym opłaca się zawiązywanie kartelu? Pierwsze przedsiębiorstwo na tym wręcz traci! Ale uwaga. Jeżeli drugie przedsiębiorstwo zapłaci pierwszemu za udział w zmowie 400, to w sumie jego zysk wyniesie 1360 (i będzie o ponad 5% większy niż 1280). Wówczas drugie przedsiębiorstwo zyskuje w sumie 3440 (co również jest wartością o ponad 5% większą niż 3200). Zmowa jest możliwa!