Adam Narkiewicz

Ćwiczenia dwunaste, trzynaste i czternaste: Czynniki produkcji

Rozpatrzmy przedsiębiorstwo. Przedsiębiorstwo to korzysta z dwóch czynników produkcji: pracy i kapitału. Zysk przedsiębiorstwa wyraża się następującym wzorem:

$$Z = pL^{\alpha}K^{\beta} - wL - rK$$

L – jest to liczba zatrudnianych pracowników
K – jest to zasób wykorzystywanego kapitału
$L^{\alpha}K^{\beta}$ – jest to funkcja produkcji typu Cobba-Douglasa. Jeżeli przedsiębiorstwo zatrudnia *L* pracowników i wykorzystuje *K* kapitału, to wówczas produkuje $q = L^{\alpha}K^{\beta}$ sztuk towaru.
α, β - pewne współczynniki funkcji produkcji.
p – cena produktu sprzedawanego przez przedsiębiorstwo.
Tak więc człon $pq = pL^{\alpha}K^{\beta}$ oznacza utarg całkowity (*TR*) przedsiębiorstwa.
w – oznacza stawkę płac. Tyle otrzymuje jeden pracownik. *wL* jest zatem całkowitym kosztem pracy.
r – oznacza wynagrodzenie kapitału. Całkowity koszt kapitału wynosi w związku z tym *rK*.
Koszty całkowite (*TC*) przedsiębiorstwa, to *wL* + *rK*.
Zysk jest równy: $TR - TC = Z = pL^{\alpha}K^{\beta} - wL - rK$.

Spróbujemy najpierw odpowiedzieć na pytanie: ilu pracowników i ile kapitału skłonne będzie wykorzystywać przedsiębiorstwo w procesie produkcji, aby zmaksymalizować zysk?

Krańcowy produkt pracy (*MPL – marginal product of labour*) to dodatkowa wielkość produkcji uzyskana w wyniku zatrudnienia dodatkowego pracownika, przy założeniu, że nakłady innych czynników produkcji pozostają niezmienne.

Wartość krańcowego produktu pracy (*MVPL – marginal value of product of labour*) to dodatkowy utarg uzyskany w wyniku sprzedaży produktu wytworzonego przez dodatkowego pracownika.

Krańcowy przychód z pracy (*MRPL – marginal revenue product of labour*) to przyrost utargu przedsiębiorstwa, będący wynikiem sprzedaży dodatkowych jednostek produktu.

Krańcowy produkt pracy jest to pochodna funkcji produkcji ze względu poziom zatrudnienia. W naszym przypadku wynosi on:

$$MPL(L) = \frac{\partial(L^{\alpha}K^{\beta})}{\partial L} = \alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}.$$

Wartość krańcowego produktu pracy to pochodna utargu całkowitego ze względu na poziom zatrudnienia, lub też krańcowy produkt pracy pomnożony przez cenę. Na jedno wychodzi. W naszym przypadku wynosi on:

$$MVPL(L) = \frac{\partial TR}{\partial L} = \frac{\partial(pL^{\alpha}K^{\beta})}{\partial L} = p\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta} = pMPL(L).$$

Krańcowy przychód z pracy jest to natomiast przychód z dodatkowej jednostki pracy zakładający, że cena towarów może się zmieniać wraz ze zmianą poziomu produkcji. Jest to pochodna utargu całkowitego ze względu na pozom zatrudnienia z zastrzeżeniem możliwości zmiany ceny. Wartością krańcowego przychodu pracy jest iloczyn utargu krańcowego oraz krańcowego produktu pracy. W naszym przypadku jest to:

$$MRPL(L) = \frac{\partial TR}{\partial L} = \frac{\partial TR(q(L))}{\partial L} = \frac{\partial TR}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial L} = MR(q(L))MPL(L) = MR(q(L))\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}.$$

Podsumowując:
Krańcowy produkt pracy informuje nas o tym, o ile jednostek zwiększy się produkcja jeśli nakłady pracy zwiększymy o jeden.
Wartość krańcowego produktu pracy informuje nas o tym, o ile zwiększy się utarg, jeżeli zwiększymy nakłady pracy o jeden, zakładając, że cena na produkty jest stała (na przykład przedsiębiorstwo działa w warunkach konkurencji doskonałej).
Krańcowy przychód z pracy informuje nas o tym, o ile zwiększy się utarg, jeżeli zwiększymy nakłady pracy o jeden, zakładając, że cena na produkty może się zmieniać (na przykład przedsiębiorstwo jest działa w warunkach konkurencji monopolistycznej).

Zauważmy, że jeżeli przedsiębiorstwo działa w warunkach konkurencji doskonałej, to wówczas utarg krańcowy jest stały i równy cenie ($MR = p$), zatem $MRPL(L) = MVPL(L)$.

Przedsiębiorstwo o pozycji **monopsonistycznej** ma do czynienia z rosnącą krzywa podaży danego czynnika.

Możliwe są dwie sytuacje. W pierwszej przedsiębiorstwo ma do czynienia z poziomą krzywa podaży pracy. Wówczas stawka płacy jest jedna. Przedsiębiorstwo może zatrudnić dowolna ilość pracowników i zawszę będzie im płacić tę jedną ustaloną stawkę. Taka charakterystyka odpowiada często konkurencji doskonałej. W drugim przypadku, mamy do czynienia z monopsonem – krzywa podaży pracy jest rosnąca. Jeżeli przedsiębiorstwo chce zatrudnić więcej pracowników, to musi zaoferować wyższą płacę.

Krańcowy koszt pracy (*MCL – marginal cost of labour*) – jest to dodatkowy koszt który przedsiębiorstwo musi ponieść, jeżeli chce zwiększyć zatrudnienie o jeden. Jest to pochodna całkowitego kosztu pracy.

Jeżeli przedsiębiorstwo działa w warunku konkurencji doskonałej, wówczas krańcowy koszt pracy wynosi: $\frac{\partial(wL)}{\partial L} = w$, gdyż w nie zmienia się w miarę wzrostu lub spadku zatrudnienia.
Jeżeli natomiast mamy do czynienia z monopsonem, wówczas krańcowy koszt pracy wynosi $\frac{\partial(wL)}{\partial L} = \frac{\partial(w(L)L)}{\partial L} = w'(L)L + w(L)$, gdzie $w(L)$ jest funkcją uzależniającą poziom płacy od poziomu zatrudniania – odwróconą funkcją podaży pracy.

Zauważmy, że w przypadku konkurencji doskonałej, płaca w jest stała, zatem pochodna $w'(L)$ wynosi zero. W drugim z powyższych wzorów pierwszy składnik sumy przyjmuje wartość zero ($w'(L)$L = 0) i w efekcie otrzymujemy pierwszy, górny wzór ($MCL = w$).

Przedsiębiorstwo maksymalizujące zysk wybiera ten poziom zatrudnienia, w którym krańcowy koszt pracy jest równy krańcowemu przychodowi z pracy: *MCL = MRPL*.

Uzasadnienie jest analogiczne do tego, jakie miało miejsce w przypadku równości kosztów krańcowych i utargu krańcowego. Jedyna różnica polega na tym, że utarg krańcowy i koszt krańcowy to pochodne utargu całkowitego i kosztu całkowitego ze względu na wielkość produkcji, natomiast krańcowy przychód z pracy i krańcowy koszt pracy to pochodne utargu całkowitego i kosztu całkowitego ze względu na poziom zatrudnienia.

Tak więc, zakładając, że nasze przedsiębiorstwo działa w warunkach konkurencji doskonałej, poziom zatrudnienia możemy wyznaczy bezpośrednio z warunków zerowania się pochodnej

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = 0 \Rightarrow \frac{\partial (pL^{\alpha}K^{\beta} - wL - rK)}{\partial L} = 0 \Rightarrow p\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta} = w$$

lub z powyższej zasady

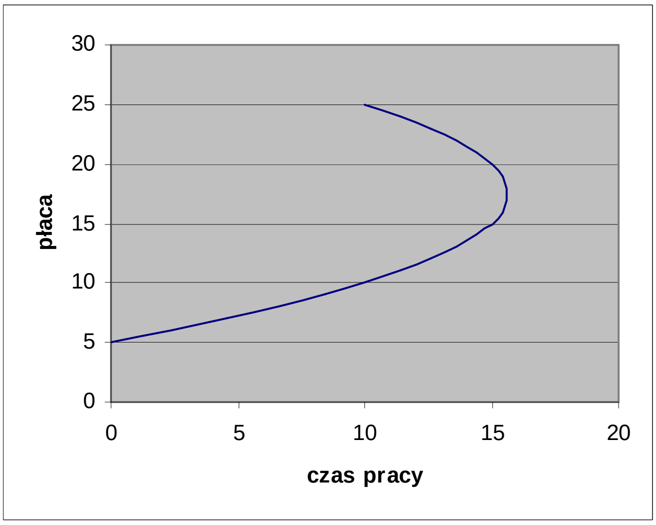
$$MCL = w = p\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta} = MRPL\ .$$

Inaczej mówiąc, w warunkach konkurencji doskonałej, przedsiębiorstwo wybiera poziom zatrudnienia, w którym płaca jest równa krańcowemu przychodowi z pracy/wartości krańcowego produktu pracy.

Ustalenie optymalnej wielkości kapitału następuje w sposób analogiczny. Krańcowy koszt kapitału (który w przypadku konkurencji doskonałej wynosi r) musi być równy krańcowemu przychodowi kapitału (lub w warunkach konkurencji doskonałej wartości krańcowego produktu kapitału). W naszym przypadku (zakładając, że mamy do czynienia z konkurencją doskonałą) optymalny poziom kapitału wyznacza równanie

$r = p\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}$.

Uwaga! W przypadku konkurencji doskonałej parametry p, r, w, α, β są znane. Możemy więc z warunków na optymalny poziom zatrudnienia i optymalny poziom kapitału ułożyć układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi i rozwiązać go, uzyskując optymalna kombinacje obu czynników produkcji.



Krzywa podaży pojedynczej osoby jest zazwyczaj początkowo rosnąca, ale dla pewnego poziomu płacy zawraca i później już im wyższa płaca tym mniejszy oferowany czas pracy. Ów punkt wysunięty najbardziej na prawo nosie nazwę **progu aspiracji**. Pracownik będzie gotów pracować odpowiednio dużo by zarabiać odpowiednio wiele, jednak gdy płaca przekroczy jego aspiracje, dochody staną się na tyle duże, że nie będzie mu się chciało wkładać więcej wysiłku w to by zarobić więcej.

Uszczegółowienie indywidualnej krzywej podaży pracy pojawi się na zajęciach. Na zajęciach zostanie również przypomniany związek między płacą minimalną a poziomem zatrudnienia. (O ile zdążymy.)

Inwestycje brutto to produkcja nowego i/lub ulepszenie istniejącego kapitału rzeczowego. **Inwestycje netto** to inwestycje brutto pomniejszone o zużycie istniejącego zasobu kapitału rzeczowego (amortyzację).

Koszt użycia usług kapitału określa **stawka najmu (wynagrodzenia) kapitału** (r – *rental rate*).

Wartość zaktualizowana (obecna) jednej złotówki z jakiegoś momentu w przyszłości to taka suma, która pożyczona komuś na procent dziś, osiągnie wartość jednej złotówki w tym właśnie momencie.

Nominalna stopa procentowa określa jaką faktycznie sumę złotówek otrzymamy w postaci odsetek, pożyczając jedną złotówkę na rok.

Realna stopa procentowa mierzy dochód z odsetek (zysk z kapitału) ilością dóbr, które można zań kupić.

realna stopa procentowa = nominalna stopa procentowa – stopa inflacji

Uwaga! W warunkach konkurencji doskonałej stopa procentowa jest wszędzie taka sama. Jeżeli bowiem jakiś dłużnik oferuje niższą realna stopę procentową niż pozostali, to nikt nie będzie chciał mu pożyczać. Z drugiej strony, jeżeli dłużnicy mogą zarobić pożyczając pieniądze, wówczas każdy dłużnik chce pożyczyć jak najwięcej i każdy chce zaoferować stopę procentową odrobinę wyższą niż pozostali dłużnicy. W efekcie żaden dłużnik nie osiąga zysku ekonomicznego. Sytuacja dłużnika jest analogiczna do sytuacji przedsiębiorstwa produkującego w warunkach konkurencji doskonałej i nie osiągającego zysku ekonomicznego.
Idąc dalej tym tropem można zauważyć, że osoba posiadająca jakiś kapitał i wybierająca czy zainwestować ten kapitał w pewne konkretne przedsiębiorstwo, czy pożyczyć te pieniądze jakiemuś innemu dłużnikowi, wybierze oczywiście tę opcje, z której uzyska większą realną stopę procentową (ryzyko inwestycji pomijamy – w warunkach konkurencji doskonałej wszystkie jednostki na rynku są homogeniczne, a więc ryzyko we wszystkich przypadkach jest takie samo). Tak więc przedsiębiorstwo biorące udział w rynkowej rozgrywce o kapitał, w warunkach wolnej konkurencji ponosi koszty tego kapitału w wysokości stopy procentowej. **Wynagrodzenie kapitału i realna stopa procentowa wynoszą wówczas tyle samo** i oznacza się je jako r.

Załóżmy, że stopa procentowa wynosi 0,1. Jaka jest wartość zaktualizowana tysiąca złotych otrzymanych za dwa lata? Oznaczmy ją przez x.

$$1{,}1^2 x = 1000,$$
$$1{,}21x = 1000,$$
$$x = 826{,}44.$$

W ogólności, wartość obecna M złotych otrzymanych za n lat przy stopie procentowej r to:

$$x = \frac{M}{(1+r)^n}.$$

Podobnie, jeśli dzisiaj włożymy do banku x złotych, a bank oferuje oprocentowanie roczne w wysokości r z kapitalizacją roczną, wówczas po n latach będziemy mieć na koncie M złotych:

$$M = x \cdot (1+r)^n.$$

Przykład:
W kreskówce Futurama, główny bohater Fry zostaje zamrożony na 1000 lat. W jednej z jego przygód idzie do banku skontrolować swój stan konta. Przed zamrożeniem miał na nim tylko 23 centy. Zakładając stopę procentową r = 4% oblicz, ile dolarów będzie miał na koncie Fry po przebudzeniu.
Odpowiedź:

$$M = 0{,}23 \cdot (1 + 0{,}04)^{1000} = 24835169865830668{,}33\,,$$

czyli Fry będzie miał 24 biliardy 835 bilionów 169 miliardów 865 milionów 830 tysiący 668 dolarów i 33 centy.

Oczywiście kwota ta będzie oznaczać dużo pieniędzy tylko wtedy, gdy w czasie tego 1000 lat inflacja będzie niewielka, a więc nominalna stopa procentowa będzie w przybliżeniu równa realnej.

Krzywa długookresowej i krótkookresowej podaży kapitału oraz równowaga na rynku kapitału zostaną omówione na zajęciach. (O ile starczy czasu)

Zadanie 1

Nominalna stopa procentowa wynosi r = 0,05. W chwili obecnej masz 12000 zł. Ile będziesz mieć złotych na koncie, jeżeli wpłacisz te pieniądze na 5 lat z kapitalizacją roczną? Załóżmy, że inflacja wynosi 2%. O ile wzrośnie realna wartość tych pieniędzy, mierzona dzisiejszymi złotówkami? O ile wzrośnie wartość tych pieniędzy mierzona złotówkami używanymi za pięć lat?

Zadanie 2

Przedsiębiorstwo działa warunkach konkurencji doskonałej. Funkcja produkcji przedsiębiorstwa ma postać $f(L,K) = \sqrt{LK}$. Płace wynoszą w = 4, koszt kapitału wynosi r = 2. Przedsiębiorstwo dysponuje kapitałem K = 16. Cena na produkty tego przedsiębiorstwa wynosi 6. Jaki jest optymalny poziom zatrudnienia? Jaki będzie poziom produkcji? Ile wynosi zysk przedsiębiorstwa? Czy taka sytuacja jest możliwa w długim okresie?

Zadanie 3

Przedsiębiorstwo jest monopolistą. Odwrócona funkcja popytu na jego produkty to $D^{-1}(q) = 300 - 2q$. Przedsiębiorstwo dysponuje kapitałem w wysokości K = 25. Stawka płacy jest stała i wynosi w = 75 zaś wynagrodzenie kapitału 60. Funkcja produkcji przedsiębiorstwa to $f(L,K) = \sqrt{LK}$. Oblicz optymalny poziom zatrudnienia. Jaki jest poziom produkcji? Ile wynosi cena? Jaki zysk osiąga przedsiębiorstwo?

Zadanie 4

Przedsiębiorstwo działa w warunkach monopsonu. Odwrócona funkcja podaży pracy to $S^{-1}(L) = 20 + \frac{1}{4}L$. Ile wynosi krańcowy koszt pracy?